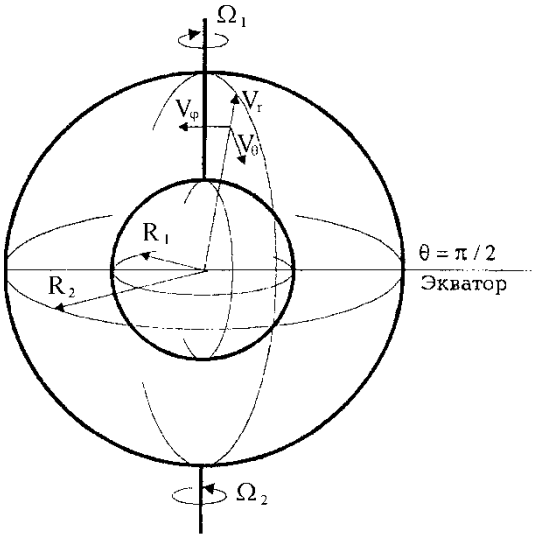
НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ТЭЙЛОРА-КУЭТТА

В ПРИСУТСТВИИ ВНЕШНЕГО ШУМА

Кривоносова О.Э., Жиленко Д.Ю.



ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД

$$\frac{d\vec{U}}{dt} = \vec{U} \times \vec{\omega} - grad\mathrm{P} - \nu \cdot rot\vec{\omega}, \quad \mathrm{P} = \frac{1}{\rho} \cdot p + \frac{\left|\vec{U}\right|^2}{2}, \quad \vec{\omega} = rot\vec{U},$$

$$div\vec{U} = 0.$$

$$u_\varphi\Big|_{r=R_i} = \Omega_i R_i \sin\theta, \quad u_r\Big|_{r=R_i} = 0, \quad u_\theta\Big|_{r=R_i} = 0, \quad i = 1, 2$$

$i = 1$ – внутренняя сфера, $i = 2$ – внешняя сфера

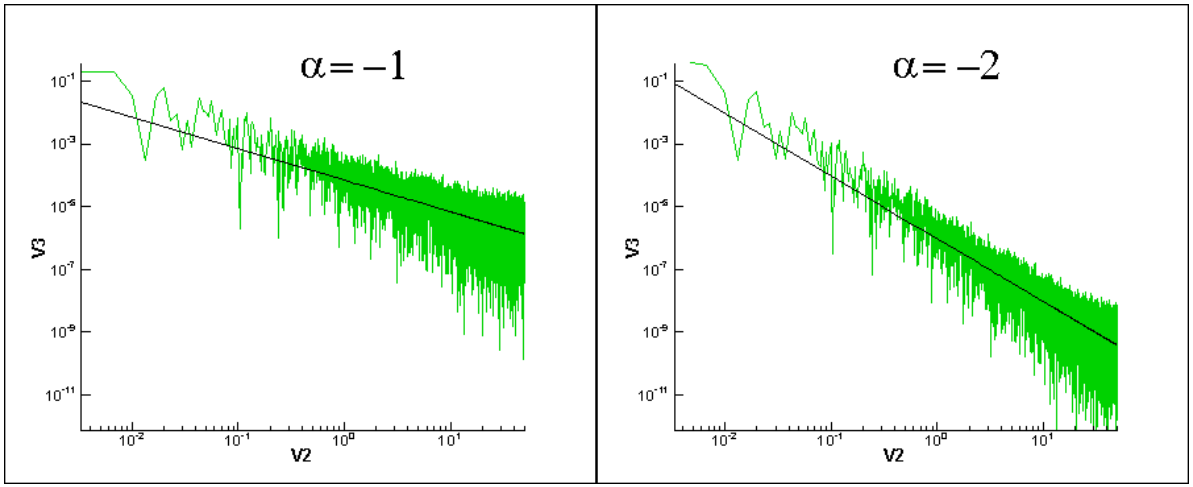
$\Delta = (R_2 - R_1)/R_1 = 0.11$, $Re_1 = \Omega_2 R_2^2/\nu = 1200\text{-}1300$, $Re_2 = 0$ (внешняя сфера покоится)

Шум вносится через флуктуации скорости вращения внутренней сферы:

$$\Omega_1(t) = \Omega_0 + N\, rn(j),$$

$$N = \frac{1}{\Omega_0}\sqrt{\frac{1}{K-1}\sum_{i=1}^{K}\left(\Omega_1(t_i) - \Omega_0\right)^2}$$

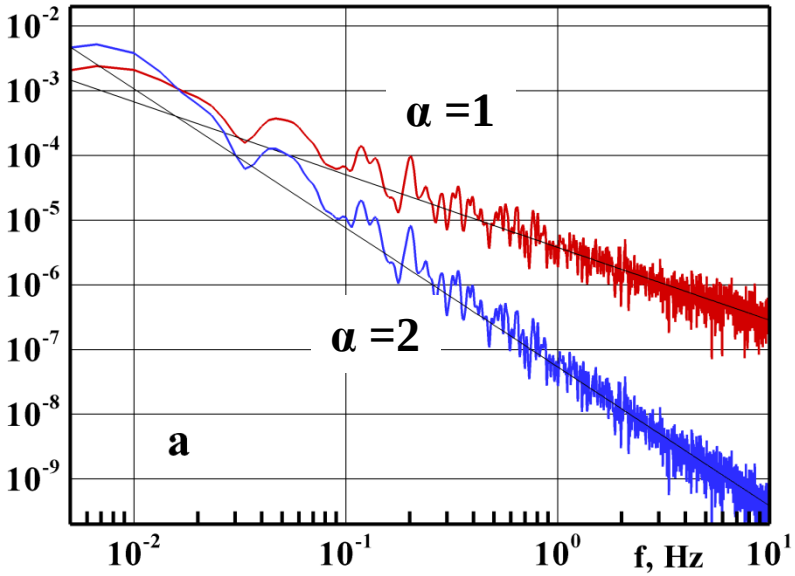
Спектры шума: $S \sim 1/f^{\alpha}$, $\alpha = 1$, $\alpha = 2$



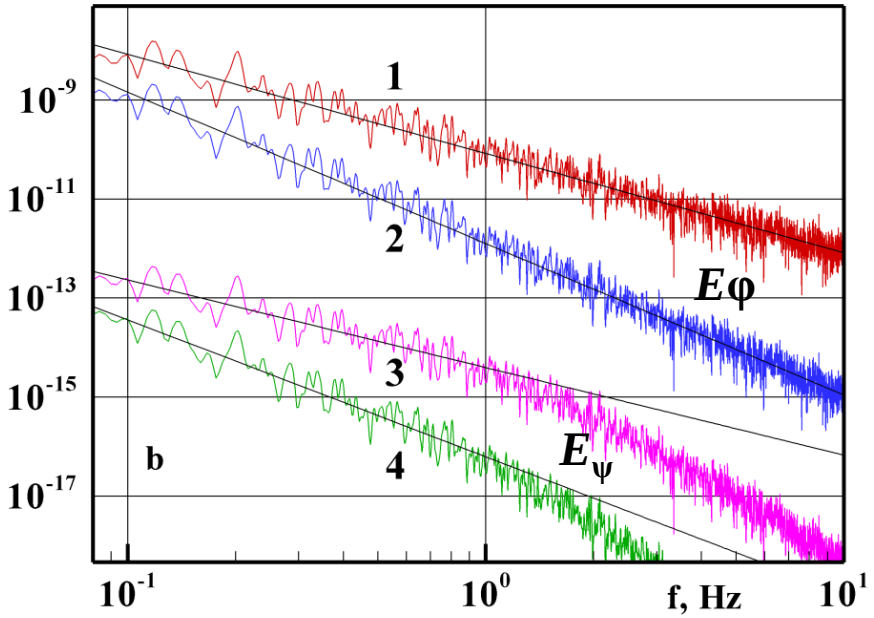
АЛГОРИТМ

N.V. Nikitin. Finite-difference method for incompressible Navier–Stokes equations in arbitrary orthogonal curvilinear coordinates // J. Comp. Phys. 2006. 217 (2). P. 759-781.

УСТОЙЧИВЫЕ ТЕЧЕНИЯ В ПРИСУТСТВИИ ШУМА



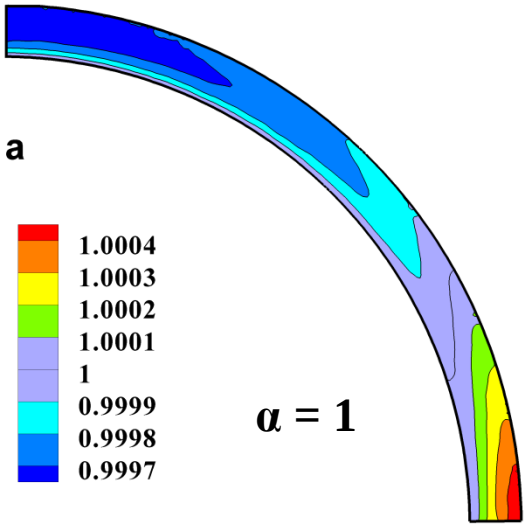
Спектры $\Omega_1(t)$

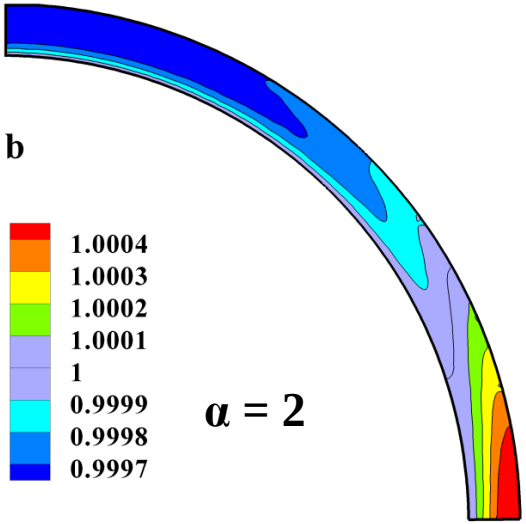


Спектры $E\varphi$ и E_ψ

1,3 – α =1, 2,4 – α = 2

Относительная азимутальная скорость течения V в меридиональной плоскости





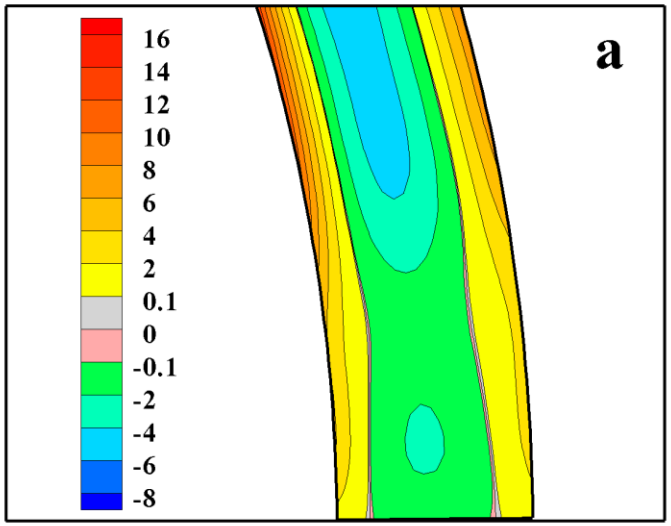
$$E_\varphi = \int u_\varphi^2(r,\theta,t),$$

$$E_\psi = \int (u_r^2(r,\theta,t) + u_\theta^2(r,\theta,t))$$

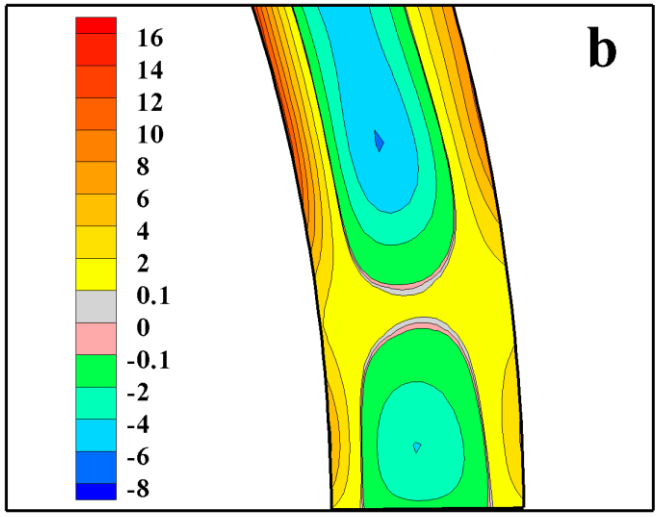
$V = U_{\varphi N} / U_\varphi$,

$N = 0.04$, $Re_1 = 1000$

Предел устойчивости в присутствии шума



α = 1,
N = 0.06



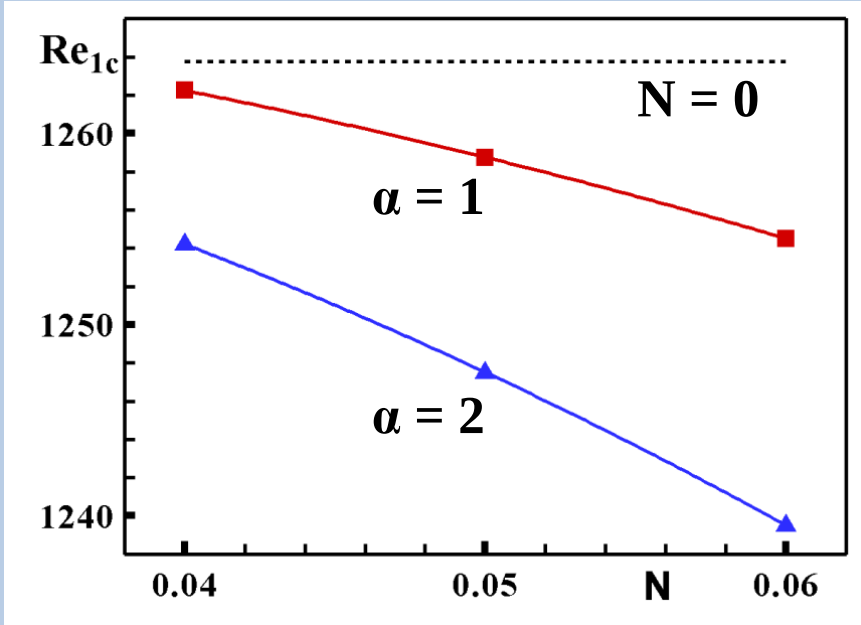
Re_1 =1220, устойчивое течение

Re_1 =1258, неустойчивое течение

азимутальная компонента завихренности

$$\omega_\varphi = \frac{1}{rr'}\frac{\partial r u_\theta}{\partial r} - \frac{1}{r\theta'}\frac{\partial u_r}{\partial \theta}$$

Сравнение результатов при N=0:
Zikanov, 3D – Re_{1c} = 1262.2,
наши расчеты: 3D – Re_{1c} =1263.5,
2D – Re_{1c} =1263.75



Зависимость критических значений предела устойчивости Re_{1c} от амплитуды шума N при α = 1 (квадраты) и 2 (треугольники).

ВЫВОДЫ

1. Добавление внешнего шума снижает значения числа Рейнольдса, соответствующего пределу устойчивости течения вязкой несжимаемой жидкости в тонком сферическом слое.

2. При одних и тех же амплитудах возмущений снижение числа Рейнольдса больше при увеличении наклона спектра внешнего шума.